

HVERDAGSFYSIK

Hvor meget vand skal der
i en vandraket?

Forfatter: Jens Christian Hansen

Redaktør: Søren Storm

Korrekturlæst og faktatjekket af:

Vibeke Axelsen (Egaa gymnasium)

Kim Vedel Pedersen (Nørre Gymnasium)

Margit From

Støttet af: **novo nordisk fonden**

Hej elev!

I din undersøgelse skal du:

1. Opstille en hypotese der forklarer en observation fra videoen
2. Opstille et eksperiment der kan afkræfte eller bekræfte din hypotese
3. Udføre eksperimentet og opsamle data
4. Bekræfte eller afkræfte hypotesen ud fra en analyse af dine data

Følg punkterne herunder. Går du i stå er der hjælp på side 2 og 3.

1. Din hypotese

Observation	Hypotese	Uafhængig variabel
(Der er hjælp på side 2)		
		Afhængig variabel

2. Dit eksperiment

Kort beskrivelse af dit eksperiment
(Der er hjælp til eksperimentdesign på side 3)

3. Opstil og udfør dit eksperiment

Nu kan du udføre dit eksperiment. Lav dit eget skema, så det passer til dit eksperiment. Se et eksempel på side 3. Tjek efter at der kun er 2 variable i spil: Den afhængige og den uafhængige. Når du har opsamlet data, kan du gå videre til punkt 4.

4. Databehandling

Ved en analyse af data, vurderer du nu, om hypotesen kan be- eller afkræftes.

Eksempler på observationer

- Ville raketten flyve højere med et højere lufttryk i flasken?
- Hvad betyder formen på raketten for flyvehøjden?
- Hvilken acceleration er raketten udsat for under flyvningen?
- Findes der et optimalt vandvolumen for andre størrelser vandraketter?



Hjælp til Hypoteser

Første skridt er at noget du har observeret, bliver omskrevet til en hypotese. Herunder har du et eksempel på det.

Observation	Hypotese	Uafhængig variabel
Vandraketten flyver til forskellige højder, når man varierer vandmængden. Jo mere vand der tilsættes, jo højere flyver raketten	"Den maksimale flyvehøjde for raketten, stiger lineært med volumen af vand, der fyldes i raketten (1)"	Volumenet af vand
		Afhængig variabel
		Den maksimale flyvehøjde

Hypotese (1) beskriver en **matematisk** (lineær) sammenhæng mellem massen af vand og raketens stighøjde

Hjælp til afhængige og uafhængige variable

Hypotese (1) er formuleret på en sådan måde at den kun udtaler sig om hvordan én variabel (den afhængige) afhænger af en anden variabel (den uafhængige). Det kalder man også for variabelkontrol. Det gør man for at undgå at andre variable, end den man vil undersøge, har indflydelse på resultatet.

I vores eksempel på en hypotese, er **volumenet af vandet** den uafhængige variabel og **den maksimale flyvehøjde** den afhængige variabel. Den uafhængige variabel er altså den, vi kontrollerer, mens den afhængige er den, vi måler. Alle andre variable holdes så vidt muligt konstante.



Hjælp til et eksperiment

Eksempel på beskrivelse:

For at teste hypotesen (1) måler vi:

- 1) Den maksimale flyvehøjde (den afhængige variabel)
- 2) Volumen af vand (den uafhængige variabel).

Vi skal bruge: En vægt eller et cylinderglas med volumeninddeling, en cykelpumpe, en vandrakete og et kamera til at optage raketens bane.

Vandraketten påfyldes stadigt større volumener vand, og affyres. Studsen på pumpen fugtes med vand, inden den sættes ind i raketens gummipakning. Kameraet startes inden første affyring og holdes i samme position indtil eksperimentet er afsluttet.

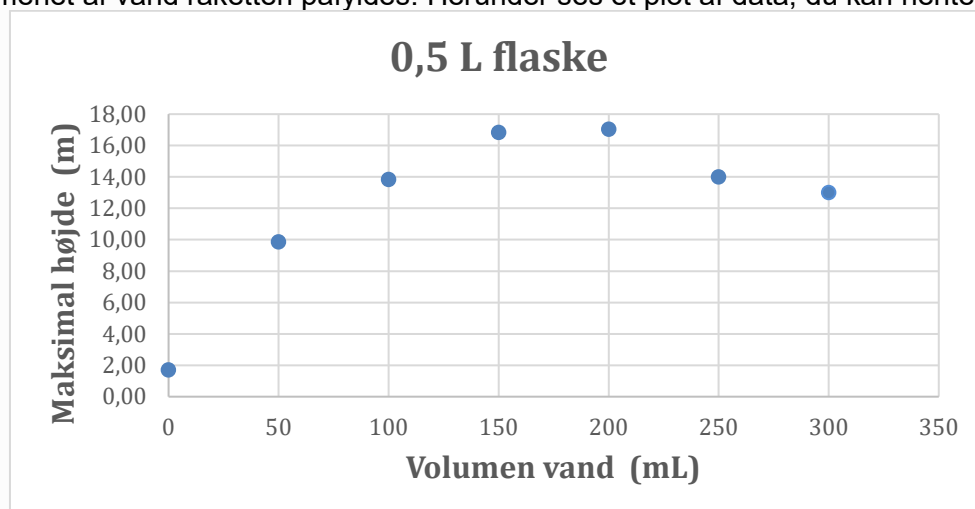
Eksempel på et forsøgsskema.

Vandmasse (mL)	0	50	100	150	200	250	300
Stighøjde (m)	1,86	9,29	14,88	16,45	14,85	11,68	11,03

Dataene fra dette eksperiment kan hentes [her](#). Video til videoanalyse kan hentes [her](#).

Hjælp til Databehandling

Ved en analyse af data vurderer vi så om hypotesen (1) kan be- eller afkræftes. I dette eksempel skal det vurderes, om der er en lineær sammenhæng mellem maksimal flyvehøjde og volumen af vand raketten påfyldes. Herunder ses et plot af data, du kan hente ovenfor.



På plottet kan man se, at hypotesen om en lineær sammenhæng mellem flyvehøjde og volumen vand ikke kan bekræftes. Man kunne udføre flere forsøg, hvor volumen af vand holdes konstant for at bestemme middelværdien og spredningen på stighøjden.



Ekstraopgaver

Opgave 1 (C/B/A-niveau)

Identificér de uafhængige og afhængige variable:

Hypotese	Uafhængig variabel	Afhængig variabel
"Den maksimale flyvehøjde for raketten, stiger lineært med volumen af vand. (1)"	Volumen vand	Maksimal stighøjde
"Den højest målte hastighed af raketten er ligefrem proportionalt med massen af vand"		
"Den maksimale flyvehøjde, er omvendt proportionalt med massen af den tomme raket"		
"Den maksimale stighøjde aftager lineært med luftens densitet"		

Opgave 2 (B/A-niveau)

For en tom vandraket måles affyringstrykket 10 gange. Data fra målingerne findes til LoggerPro og Excel [her](#)

- Bestem affyringstrykket for hver af de 10 målinger
- Beregn middelværdien m af affyringstrykkene.
- Beregn standardafvigelsen s for affyringstrykkene og den relative usikkerhed $\frac{s}{m}$ for de målte tryk.

Opgave 3 (B/A-niveau)

Massen af en tom vandraket er 0,080 kg, og der fyldes 0,200 kg vand i raketten.

- Beregn den samlede tyngdekraft på raket og vand.

Når raketten affyres udstødes vandet gennem en cirkulær åbning med diameteren $1,10 \cdot 10^{-2}$ m.

- Beregn arealet $A_{\text{åbning}}$ af den cirkulære åbning.

For at raketten kan lette, skal reaktionskraften være større end tyngdekraften på raketten. Reaktionskraften på raketten, fra det vand der udstødes, er givet ved

$$F_{\text{reaktion}} = 2 \cdot \Delta p \cdot A_{\text{åbning}}$$

hvor Δp er det overtryk, i forhold til omgivelserne, der er i raketten.

- Beregn det mindste overtryk der kan få raketten til at lette.

Raketten affyres ved forskellige tryk. I tabellen ses de målte stighøjder som funktion af det overtryk, der er i raketten.



Δp (kPa)	25	50	75	100	125
s (m)	1,1	4,6	8,1	11,3	14,5

- d. Brug tabellens data til at bestemme det mindste overtryk der kun lige akkurat får raketten til at lette, og sammenlign med svaret i spørgsmål c.

Opgave 4 (A-niveau)

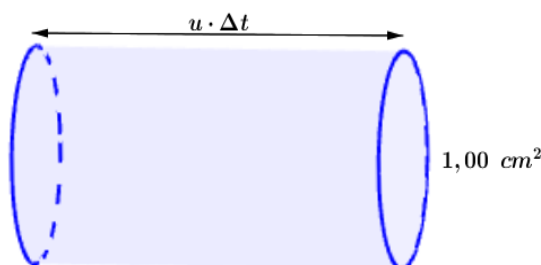
I denne opgave, antages trykket i raketten at være konstant under hele affyringen, og dermed udstødningshastigheden af vandet.

Den tomme raket har volumenet 0,50 L og dens masse er 75,0 g. Der fyldes 250 mL vand i raketten. Arealet af den cirkulære åbning, som vandet passerer igennem under affyringen, er $1,30 \text{ cm}^2$. Raketten tømmes for vand i løbet af 0,15 s. Densiteten af vandet er $1,00 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

- a. Beregn massen af det vand raketten udstøder pr. sek. indtil den er tømt.

Det antages at vandstrålen under udstødningen er cylinderformet. Farten hvormed vandet udstødes i forhold til raketten kaldes u .

- b. Vis at udstødningsfarten u for vandet er 16,7 m/s.



- c. Bestem bevægelsesmængdeændringen pr. sek. $\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot u$ af vandet under udstødningen og dermed den kraft der påvirker vandet.
- d. Hvilken kraft vil vandet så påvirke raketten med ifølge newtons 3. lov?
- e. Bestem størrelsen af den resulterende kraft på raketten (hjælp: Tegn et kraftdiagram for virkende kræfter), og bestem raketts acceleration umiddelbart efter den er affyret, hvor det kan antages at vandmængden er 250 mL.

Mens raketten tømmes for vand (0 s - 0,15 s) er accelerationen med god tilnærmelse givet ved udtrykket

$$a(t) = 6,22 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot e^{26,5 \cdot \text{s}^{-1} \cdot t} + 84,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Fx er accelerationen efter 0,05 s givet ved $a(0,05 \text{ s}) \cong 108 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

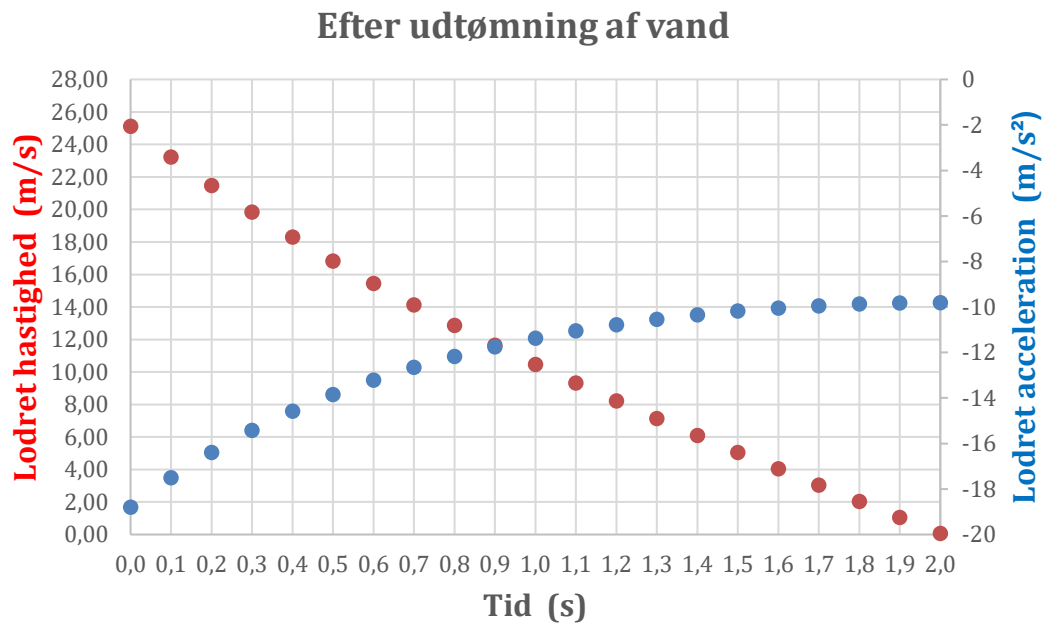
- f. Tegn grafen for $a(t)$ i intervallet 0 s - 0,15 s. Giv en fortolkning af arealet under grafen for a , til ethvert tidspunkt t i dette interval.
Hint: $v(t) = \int_0^t a(t) \cdot dt$. (Husk $v(0) = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)
- g. Bestem $v(t)$ og raketts lodrette hastighed til tiden 0,15 s
- h. Bestem $h(t)$ og raketts lodrette højde til tiden 0,15 s, $h(0,15)$
Hint: $h(t) = \int_0^t v(t) \cdot dt$ (husk $h(0) = 0 \text{ m}$)

Efter raketten er tømt for vand, er den kun påvirket af tyngdekraften og luftmodstanden.



Med en sensor anbragt øverst på raketten, måles både den lodrette acceleration a og den lodrette hastighed v som funktion af tiden. Data fra målingerne af v og a efter raketten er tømt for vand, ses på grafen herunder. Stighøjden/Toppunktet nås efter 2 s ($v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$).

NB Tidsaksen angiver tiden efter raketten er tømt for vand.



Data der ligger til grund for ovenstående grafer kan findes [her](#).

- i. Vurdér raketens stighøjde på baggrund af data. (Husk $h(0,15)$)

Luftmodstanden der påvirker raketten er givet ved

$$F_{\text{luft}} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{luft}} \cdot A_{\text{raket}} \cdot c_w \cdot v^2$$

hvor ρ_{luft} er luftens densitet, A_{raket} er det areal raketten dækker i sin bevægelsesretning (skyggearealet), c_w er den aerodynamiske formfaktor og v er raketens hastighed i forhold til luften.

I det følgende er: $\rho_{\text{luft}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ og $A = 3,318 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$

Vælges at regne kræfterne positive opad, fås

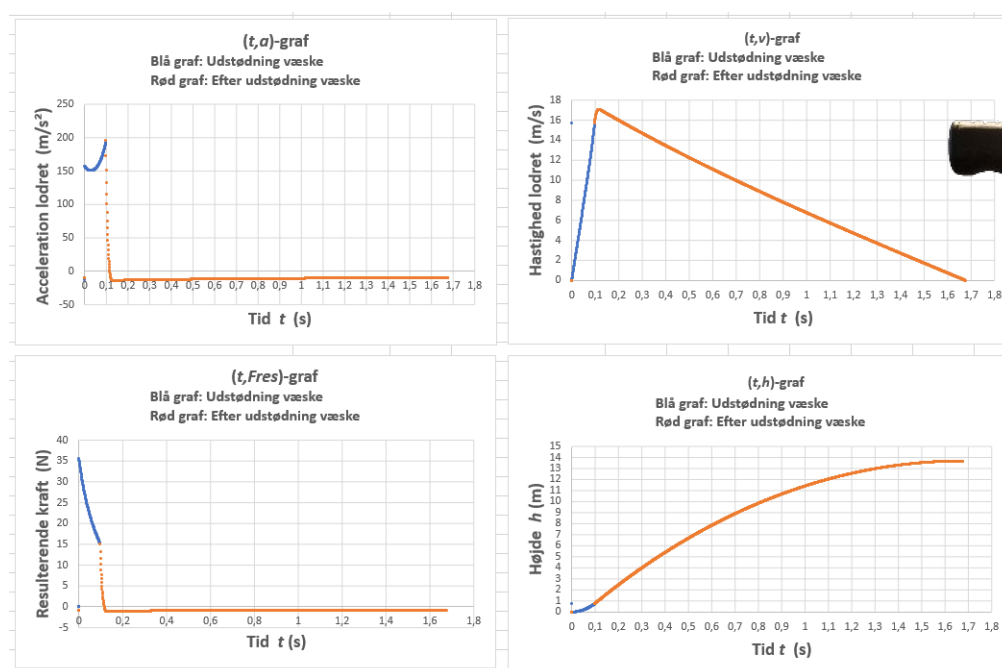
$$F_{\text{res}} = m \cdot a = -m \cdot g - \frac{1}{2} \cdot \rho_{\text{luft}} \cdot A_{\text{raket}} \cdot c_w \cdot v^2$$

- j. Bestem c_w (Vink: Vær opmærksom på fortegnet for a)

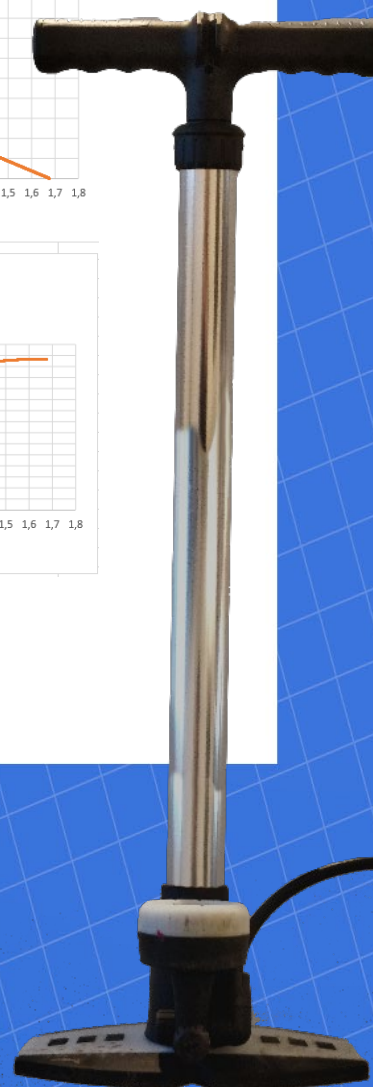
Opgave 5 (B/A-niveau)

I denne opgave skal du bruge regnearket [her](#), der indeholder en model for bevægelsen af en vandraket efter affyring. Brug regnearket til at undersøge nedenstående situationer:

- Undersøg en vandrakets stighøjde, som funktion af starttrykket i raketten. Du skal altså holde alle variable, på nær starttrykket, konstant.
- Undersøg en vandrakets stighøjde som funktion af densiteten af væsken, fx saltvand i forskellige koncentrationer. Du skal altså holde alle variable, på nær densiteten, konstant.
-
- Undersøg stighøjdens afhængighed af rakettenes aerodynamik (Formfaktoren eller c_w værdien); dvs. alle variable på nær formfaktoren holdes konstant.



Eksempler på output fra modellen i regnearket.



Facit

Opgave 1

Uafhængig variabel	Afhængig variabel
Massen af vand	Den maksimale flyvehøjde
Massen af den tomme raket	Den maksimale flyvehøjde
Luftens densitet	Den maksimale flyvehøjde

Opgave 2

- a) 298,6 kPa
- b) 5,8 kPa og 1,9%

Opgave 3

- a) 2,8 N
- b) $9,50 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$
- c) $14,5 \cdot 10^3 \text{ Pa} = 14,5 \text{ kPa}$
- d) $\sim 16 \text{ kPa}$. Acceptabel overensstemmelse taget usikkerhederne i betragtning.

Opgave 4

- a) 1,67 kg/s
- b) 16,7 m/s
- c) 27,8 N nedad
- d) 27,8 N opad
- e) 27,4 N og $84,2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- f) Til ethvert tidspunkt t i intervallet $[0 \text{ s}; 0,15 \text{ s}]$ er arealet under grafen i intervallet $[0 \text{ s}; t]$ lig med hastigheden af raketten til tidspunktet t .
- g) $v(t) = 0,235 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot e^{26,5 \text{ s}^{-1} \cdot t} + 84,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot t$;
 $v(0,15 \text{ s}) = 25,1 \text{ m/s}$
- h) $h(t) = 0,00886 \text{ m} \cdot e^{26,5 \text{ s}^{-1} \cdot t} + 42,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t^2$; $h(0,15 \text{ s}) = 1,42 \text{ m}$
- i) $32,15 \text{ m} + 1,42 \text{ m} \approx 33,6 \text{ m}$
- j) $h(2) = \int_0^2 v(t) \cdot dt$. Numerisk integration giver $h(2) = 22,26 \text{ m}$
Så i alt:
 $22,26 \text{ m} + 1,42 \text{ m} \approx 23,7 \text{ m}$
- k) Giver $c_w \approx 0,50$

Opgave 5

Intet facit

Formler og sammenhænge

Symbol/Formel	Beskrivelse	Enhed
t	Tid	s
a	Acceleration	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
v	Hastighed $\frac{dv}{dt} = a$ eller $v = \int a \cdot dt$	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
s/h	Sted/højde $\frac{ds}{dt} = v$ eller $\frac{d^2s}{dt^2} = a$, så $s = \int v \cdot dt$	m
m	Masse	kg
F	Kraft	N
$\vec{p}$	Bevægelsesmængde $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Ns
$\vec{F}_{res}$	Den resulterende (samlede kraft) $\vec{F}_{res} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	N
p	Tryk.	Pa
V	Volumen	m^3
n	Stofmængde	mol
R	Gaskonstanten $R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$	$\frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$	Tilstandsligningen/Idealgasloven	
M	Molarmassen $M = \frac{m}{n}$	$\frac{\text{g}}{\text{mol}}$
ρ	Densitet $\rho = \frac{m}{V}$. For idealgasser $\rho = \frac{M \cdot p}{R \cdot T}$	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
F_{tyngde}	Tyngdekraften $F_{tyngde} = m \cdot g$, hvor $g_{DK} = 9,816 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	N
F_{luft}	Luftmodstanden $F_{luft} = \frac{1}{2} \cdot \rho_{luft} \cdot A \cdot c_w \cdot v^2$ hvor A er legemets 'skyggeareal' (areal vinkelret på bevægelsesretningen) og c_w er formfaktoren (afhængig af legemets aerodynamiske egenskaber)	N